

Έβδομο διαγώνισμα στις Διαφορικές Εξισώσεις

ΔΙΑΡΚΕΙΑ 60 Λεπτά

Στοιχειοθεσία Θεμάτων: Δήμογλου Κωνσταντίνος, Μαθηματικός (Msc).

Θέμα 1

Έστω $b, c \in \mathbb{R}$ με $b^2 > 4c > 0$ και η διαφορική εξίσωση

$$(E) \quad L(y) = y'' + by' + cy = \frac{\cos x}{(x+1)^4}, \quad x \geq 0.$$

- (i) Να αποδείξετε ότι κάθε λύση της αντίστοιχης ομογενούς διαφορικής εξίσωσης τείνει προς το 0, όταν το $x \rightarrow +\infty$.
- (ii) Να εξετάσετε αν κάθε λύση της διαφορικής εξίσωσης (E) τείνει προς το 0, όταν το $x \rightarrow +\infty$.

Θέμα 2

Το χαρακτηριστικό πολυώνυμο μίας ομογενούς γραμμικής διαφορικής εξίσωσης με πραγματικούς σταθερούς συντελεστές $L(y) = 0$ είναι το

$$p(k) = (k^2 + 2k + 3)^3(k+2)(k+1)^4.$$

Να εξετάσετε την αλήθεια των προτάσεων:

- (i) Η εξίσωση έχει μη φραγμένες λύσεις.
- (ii) Όλες οι λύσεις της εξίσωσης είναι ταλαντούμενες.
- (iii) Η εξίσωση δεν έχει μονότονες λύσεις.
- (iv) Υπάρχει λύση της εξίσωσης που να τείνει προς το 2021 όταν το $t \rightarrow +\infty$.

Στη συνέχεια εξετάστε την αλήθεια των προτάσεων (i), (ii), (iv) αυτή τη φορά για τις λύσεις τη μη ομογενούς γραμμικής διαφορικής εξίσωσης $L(y) = t^3$.

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ